



중학교 1학년 1학기 1. 소인수분해

**소인수분해 서술형 연습 20**

중학교

1학년 반

이름

1. 다음 수 중에서 소수와 합성수를 각각 모두 찾고, 그 이유를 서술하시오.

1, 13, 27, 41, 57

3. 자연수 120을 소인수분해하는 과정을 설명하고, 결과를 거듭제곱 꼴로 나타내시오.

2.  $2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 거듭제곱을 사용하여 나타내고, 밑과 지수를 각각 구하시오.

4. 252의 소인수를 모두 구하는 과정을 서술하시오.

- |  |  |
|--|--|
| <p>5. 소인수분해를 이용하여 72의 약수를 모두 구하는 과정을 서술하시오.</p> <p>6. <math>12 \times a</math>의 약수의 개수가 12개일 때, 6이하의 자연수 <math>a</math>의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰시오.</p> <p>7. 두 수 <math>2^2 \times 3^3</math>과 <math>2^3 \times 3^2 \times 5</math>의 최대공약수를 소인수의 곱으로 나타내고 그 과정을 서술하시오.</p> | <p>8. 두 수 18, 24의 최소공배수를 소인수분해를 이용하여 구하는 과정을 서술하시오.</p> <p>9. <math>32 \times \square</math>의 약수의 개수가 12개일 때, <math>\square</math> 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하고 과정을 서술하시오.</p> <p>10. <math>54 \times x</math>가 어떤 자연수의 제곱이 되도록 할 때, 가장 작은 자연수 <math>x</math>의 값을 구하고 과정을 서술하시오.</p> |
|--|--|

- 11.** 자연수 180에 자연수  $a$ 를 곱하여 어떤 자연수  $b$ 의 제곱이 되게 하려 한다. 이때  $a$ 의 최솟값과 그때의  $b$ 의 값을 구하시오.
- 12.** 세 자연수 24, 36, 60의 최대공약수와 최소공배수를 구하는 과정을 서술하시오.
- 13.** 사탕 48개와 초콜릿 72개를 되도록 많은 학생에게 남김없이 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명의 학생에게 나누어 줄 수 있는지 구하고 과정을 서술하시오.
- 14.** 가로 12cm, 세로 16cm인 직사각형 모양의 타일을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때 필요한 타일의 개수를 구하시오.
- 15.** 38을 자연수  $n$ 으로 나누면 2가 남고, 50을  $n$ 으로 나누면 2가 남는다. 이러한 자연수  $n$  중 가장 큰 수를 구하는 과정을 서술하시오.
- 16.** 두 분수  $\frac{1}{12}$ ,  $\frac{1}{18}$  중 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 가장 작은 자연수를 구하시오.

**17.** 톱니바퀴 A는 톱니가 20개, B는 28개이다. 두 톱니바퀴가 맞물려 회전하기 시작하여 처음으로 다시 같은 톱니에서 맞물릴 때까지 A는 몇 바퀴 회전해야 하는지 서술하시오.

**18.**  $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해하였을 때, 소인수 2의 지수를 구하는 과정을 서술하시오.

**19.** 약수의 개수가 15개인 자연수 중 가장 작은 수를 구하고 그 과정을 서술하시오.

**20.** 세 자연수 40, 60, A의 최대공약수가 20, 최소공배수가 600일 때, 가능한 자연수 A 중 가장 작은 수를 구하시오.

**빠른 정답)**

1.	<p>[정답] 소수: 13, 41 합성수: 27, 57 [풀이] 1은 소수도 합성수도 아니다. 13과 41은 1과 자기 자신만을 약수로 가지므로 소수이다. 27은 <math>3 \times 9</math>, 57은 <math>3 \times 19</math>로 나타낼 수 있으므로 합성수이다.</p>																				
2.	<p>[정답] <math>23 \times 52</math>, 밑: 2와 5, 지수: 3과 2 [풀이] 2가 3번 곱해져 있으므로 23, 5가 2번 곱해져 있으므로 52이다. 따라서 <math>23 \times 52</math>로 나타낸다. 이때 밑은 2와 5이고, 지수는 각각 3과 2이다.</p>																				
3.	<p>[정답] <math>2^3 \times 3 \times 5</math> [풀이] 120을 소수로 나누면 다음과 같다.  <math display="block">\begin{aligned} 120 &amp;= 2 \times 60 = 2 \times 2 \times 30 \\ &amp;= 2 \times 2 \times 2 \times 15 \\ &amp;= 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \end{aligned}</math> <p>따라서 120을 소인수분해하면 <math>2^3 \times 3 \times 5</math>이다.</p> </p>																				
4.	<p>[정답] 2, 3, 7 [풀이] 252를 소인수분해하면 <math>252 = 2^2 \times 3^2 \times 7</math>이다. 이때 소인수는 소인수분해한 결과에서 밑에 해당하는 수이므로 2, 3, 7이다.</p>																				
5.	<p>[정답] 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72 [풀이] <math>72 = 2^3 \times 3^2</math>이다. <math>2^3</math>의 약수(1, 2, 4, 8)와 <math>3^2</math>의 약수(1, 3, 9)를 각각 곱하여 구한다.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th><math>\times</math></th> <th>1</th> <th>2</th> <th><math>2^2</math></th> <th><math>2^3</math></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>4</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>12</td> <td>24</td> </tr> <tr> <td><math>3^2</math></td> <td>9</td> <td>18</td> <td>36</td> <td>72</td> </tr> </tbody> </table> <p>따라서 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72이다.</p>	$\times$	1	2	$2^2$	$2^3$	1	1	2	4	8	3	3	6	12	24	$3^2$	9	18	36	72
$\times$	1	2	$2^2$	$2^3$																	
1	1	2	4	8																	
3	3	6	12	24																	
$3^2$	9	18	36	72																	

6.	<p>[정답] 5, 6 [풀이] ※ <math>a = 1</math>일 때: <math>12 \times 1 = 2^2 \times 3^1</math> 약수의 개수: <math>(2+1) \times (1+1) = 3 \times 2 = 6</math>(개) → X ※ <math>a = 2</math>일 때: <math>12 \times 2 = 2^2 \times 3^1 \times 2 = 2^3 \times 3^1</math> 약수의 개수: <math>(3+1) \times (1+1) = 4 \times 2 = 8</math>(개) → X ※ <math>a = 3</math>일 때: <math>12 \times 3 = 2^2 \times 3^1 \times 3 = 2^2 \times 3^2</math> 약수의 개수: <math>(2+1) \times (2+1) = 3 \times 3 = 9</math>(개) → X ※ <math>a = 4</math>일 때: <math>12 \times 4 = 2^2 \times 3^1 \times 2^2 = 2^4 \times 3^1</math> 약수의 개수: <math>(4+1) \times (1+1) = 5 \times 2 = 10</math>(개) → X ※ <math>a = 5</math>일 때: <math>12 \times 5 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1</math> 약수의 개수: <math>(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 3 \times 2 \times 2 = 12</math> (개) → O (가능) ※ <math>a = 6</math>일 때: <math>12 \times 6 = 2^2 \times 3^1 \times (2 \times 3) = 2^3 \times 3^2</math> 약수의 개수: <math>(3+1) \times (2+1) = 4 \times 3 = 12</math> (개) → O (가능)</p>
7.	<p>[정답] <math>2^2 \times 3^2</math> [풀이] 두 수의 공통된 소인수는 2와 3이다. 최대공약수는 공통된 소인수 중 지수가 같거나 작은 것을 선택하여 곱한다. 2의 지수는 2와 3 중 작은 2, 3의 지수는 3과 2 중 작은 2를 택하므로 <math>2^2 \times 3^2</math>이다.</p>
8.	<p>[정답] 72 [풀이] <math>18 = 2 \times 3^2</math>, <math>24 = 2^3 \times 3</math>이다. 최소공배수는 모든 소인수를 곱하되, 지수가 큰 것을 택한다. 따라서 <math>2^3 \times 3^2 = 8 \times 9 = 72</math>이다.</p>

<p>9.</p> <p>[정답] 3</p> <p>[풀이]</p> <p><math>32 \times \square</math>를 거듭제곱꼴로 나타내면,  <math>2^5 \times \square</math>로 나타낼 수 있습니다.</p> <p><math>\square</math>가 2가 아닌 소수라면 <math>2^5 \times p</math>로 생각하여  <math>6 \times 2 = 12</math>개로 약수의 개수를 구할 수 있습니다. 따라서 가장 작은 자연수는 3입니다.</p>	<p>[정답] 12장</p> <p>[풀이]</p> <p>만들어진 정사각형의 한 변의 길이는 12와 16의 최소공배수여야 한다.</p> <p><math>12 = 2^2 \times 3</math>, <math>16 = 2^4</math>이므로 최소공배수는 <math>2^4 \times 3 = 48</math>이다.</p> <p>가로에는 <math>48 \div 12 = 4</math>장, 세로에는 <math>48 \div 16 = 3</math>장이 필요하다. 따라서 필요한 타일의 개수는 <math>4 \times 3 = 12</math>장이다.</p>
<p>10.</p> <p>[정답] 6</p> <p>[풀이]</p> <p>54를 소인수분해하면 <math>2 \times 3^3</math>이다. 어떤 자연수의 제곱이 되려면 모든 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 2의 지수가 1, 3의 지수가 3이므로, 지수를 짝수로 만들기 위해 <u>최소한 2와 3이 하나씩 더 필요하다</u>. 따라서 가장 작은 자연수 <math>x = 2 \times 3 = 6</math>이다.</p>	<p>[정답] 12</p> <p>[풀이]</p> <p>38을 나누어 2가 남으므로 <math>38 - 2 = 36</math>을 나누어떨어지게 한다. 50을 나누어 2가 남으므로 <math>50 - 2 = 48</math>을 나누어떨어지게 한다. 따라서 <u>n은 36과 48의 공약수여야 한다</u>. 그中最 가장 큰 수이므로 두 수의 최대공약수를 구해보자.</p> <p><math>36 = 2^2 \times 3^2</math>, <math>48 = 2^4 \times 3</math>,</p> <p>최대공약수는 <math>2^2 \times 3 = 12</math>이다.</p>
<p>11.</p> <p>[정답] <math>a = 5</math>, <math>b = 30</math></p> <p>[풀이]</p> <p><math>180 = 2^2 \times 3^2 \times 5</math>이다. 지수가 홀수인 소인수는 5뿐이므로, 가장 작은 자연수 <math>a = 5</math>이다. 이때 수는 <math>2^2 \times 3^2 \times 5^2 = (2 \times 3 \times 5)^2 = 30^2</math>이 된다. 따라서 <math>b = 30</math>이다.</p>	<p>[정답] 36</p> <p>[풀이]</p> <p>곱하는 자연수는 분모인 12와 18을 약분하여 1로 만들어야 하므로 <u>12와 18의 공배수여야 한다</u>. 가장 작은 자연수를 구하므로 <u>12와 18의 최소공배수를 구한다</u>.</p> <p><math>12 = 2^2 \times 3</math>, <math>18 = 2 \times 3^2</math>이므로 최소공배수는 <math>2^2 \times 3^2 = 36</math>이다.</p>
<p>12.</p> <p>[정답] 최대공약수: 12, 최소공배수: 360</p> <p>[풀이]</p> <p><math>24 = 2^3 \times 3</math>, <math>36 = 2^2 \times 3^2</math>, <math>60 = 2^2 \times 3 \times 5</math></p> <p>* 최대공약수: 공통인 소인수 중 지수가 작은 쪽 <math>\rightarrow 2^2 \times 3 = 12</math></p> <p>* 최소공배수: 모든 소인수 중 지수가 큰 쪽 <math>\rightarrow 2^3 \times 3^2 \times 5 = 8 \times 9 \times 5 = 360</math></p>	<p>[정답] 7바퀴</p> <p>[풀이]</p> <p>다시 같은 텁니에서 맞물리려면 맞물린 텁니 수가 20과 28의 공배수여야 한다. 처음으로 다시 만나야 하므로 최소공배수를 구하면 140이다. A는 140개의 텁니가 돌아가야 하므로, <math>140 \div 20 = 7</math>바퀴 회전해야 한다.</p>
<p>13.</p> <p>[정답] 24명</p> <p>[풀이]</p> <p>되도록 많은 학생에게 남김없이 나누어 주어야 하므로 48과 72의 최대공약수를 구해야 한다. <math>48 = 2^4 \times 3</math>, <math>72 = 2^3 \times 3^2</math></p> <p>최대공약수는 <math>2^3 \times 3 = 8 \times 3 = 24</math>이다. 따라서 24명의 학생에게 나누어 줄 수 있다.</p>	<p>[정답] 8</p> <p>[풀이]</p> <p>1부터 10까지의 수 중 소인수 2를 포함하는 수는 2, 4, 6, 8, 10이다.</p> <p>2, <math>2^2</math>, <math>2 \times 3</math>, <math>2^3</math>, <math>2 \times 5</math>이므로 모두 곱하면 2의 지수는 8이다.</p>

19.	<p>[정답] 144  [풀이]  약수의 개수가 15개가 되는 경우는  1) 소인수가 1개일 때:  <math>p^{14}</math>꼴. 가장 작은 수는 <math>2^{14}</math> (약 16000)  2) 소인수가 2개일 때: <math>15 = 3 \times 5</math>이므로  <math>p^2 \times q^4</math>꼴이다. 가장 작게 만드려면 지수가 큰  4에 가장 작은 소수 2를 배정하고, 지수가 작은  2에 그 다음 소수 3을 배정한다. 즉,  <math>3^2 \times 2^4 = 9 \times 16 = 144</math>이다.</p>
20.	<p>[정답] 100  [풀이] 소인수분해하면 <math>40 = 2^3 \times 5</math>,  <math>60 = 2^2 \times 3 \times 5</math>고  최대공약수 <math>20 = 2^2 \times 5</math>,  최소공배수 <math>600 = 2^3 \times 3 \times 5^2</math>이다. <math>A</math>는 최대공  약수 <math>2^2 \times 5</math>를 약수로 가져야 하므로  <math>2^2</math>와 5를 포함한다.  최소공배수에서 <math>5^2</math>이 나오려면 40, 60에 <math>5^2</math>이  없으므로 <math>A</math>가 <math>5^2</math>을 반드시 가져야 한다.  <math>A</math>가 <math>5^2</math>를 가지고 <math>2^2 \times 5</math>의 배수이려면 가능한  최솟값은 <math>2^2 \times 5^2 = 100</math>이다.</p>

\* 이 자료는 배달의민족 주아, 서울한강체, 나눔폰트를 사용하였습니다.

#### 출판일

2026년 1월 2일

#### 저작권 및 유의사항

- 셈나는교실 홈페이지:

<https://hakjeso.com>

- 학습지제작소 홈페이지:

<https://calcproject.tistory.com/>

- 계산학습지의 오류나 건의사항이 있는 경우,

<https://calcproject.tistory.com/tag>

로 문의해주세요.

- 이 저작물은 셈나는교실에 있으며, 출처를 밝힌 후 비상업적 용도로 자유롭게 사용이 가능합니다.

- 상업적 용도는 수업이나 과외지도에서 부교재로 활용하는 경우만 허용합니다.

- 학습지제작소가 새로운 모습으로 찾아뵙습니다. ‘셈나는교실’ 많은 이용 부탁드립니다!

- 이 저작물을 무단으로 **재배포**, **수정**하거나, 게시물의 **비밀번호를 유포**하는 행위는 삼가주시길 바랍니다.

© 셈나는 수학, 학습지제작소, 2025, All rights reserved.

Do not Distribute this file.